Politechnika Łódzka

Matematyczne podejście do próby opisu braku powtarzalności ruchu w układzie mięśniowo-szkieletowym człowieka

Bartłomiej Zagrodny

Czym są procesy stochastyczne

Ramy matematyczne służące do opisu systemów, które ewoluują w czasie w sposób z natury losowy lub niepewny. Składają się one ze zbioru zmiennych losowych indeksowanych czasem lub przestrzenią.

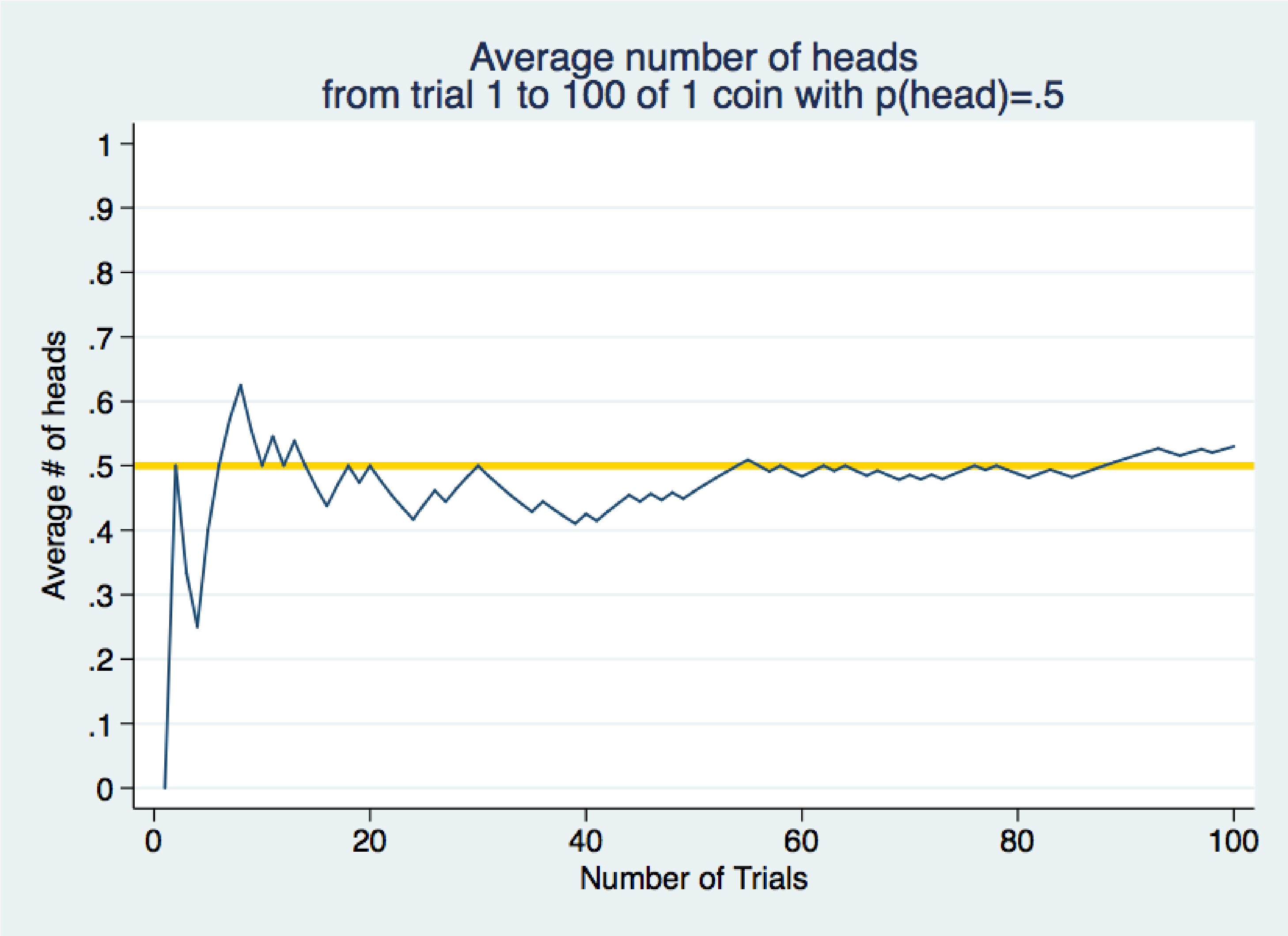
Kluczowe cechy:

Losowość (Randomness): Wyniki nie są deterministyczne; mogą się różnić nawet w identycznych warunkach.

Zależność od czasu (Time-dependent): Proces ewoluuje w czasie i jest często modelowany jako dyskretny lub ciągły.

Zachowanie probabilistyczne (Probabilistic behavior): Przyszłe stany zależą od rozkładów prawdopodobieństwa, a nie od stałych, deterministycznych reguł.

Przykład rzutu monetą: orzeł czy reszka – przykład monety symetrycznej. Proces stacjonarny a niestacjonarny



https://stats.oarc.ucla.edu/stata/ado/teach/stata-teaching-tools-coin-tossing-simulation/

Czym jest problem Pareto-optymalizacyjny

(Optymalizacja Pareto, ang. Pareto optimization lub optymalizacja wielokryterialna, ang. multi-objective optimization) jest metodą służącą do znajdowania rozwiązań, które równoważą wiele konkurencyjnych celów. Rozwiązanie uznaje się za Pareto-optymalne, jeśli nie można poprawić żadnego z celów bez jednoczesnego pogorszenia co najmniej jednego innego celu.

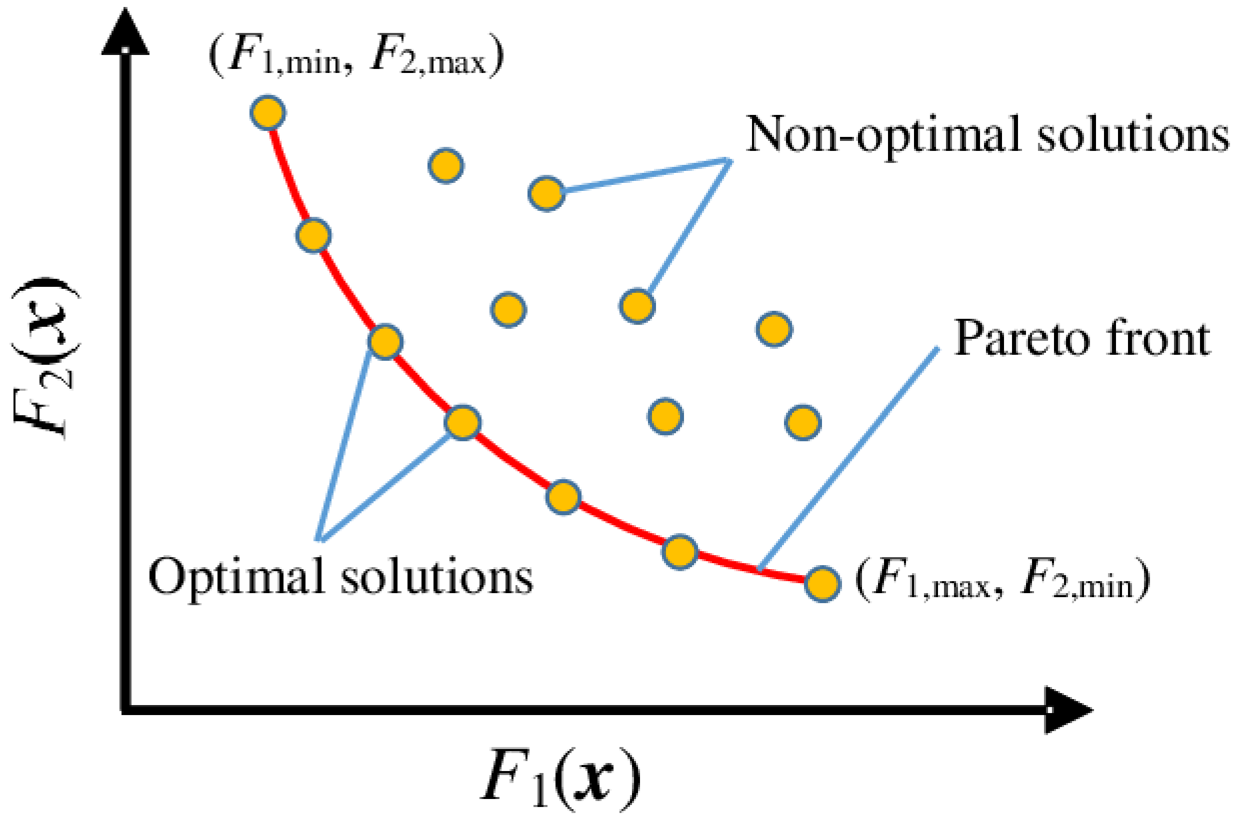
Kluczowe pojęcia:

Kompromisy (Trade-offs): Zamiast jednego „najlepszego" rozwiązania, optymalizacja Pareto identyfikuje zbiór optymalnych kompromisów pomiędzy konkurencyjnymi celami.

Front Pareto (Pareto Front): Krzywa lub powierzchnia reprezentująca wszystkie rozwiązania niezdominowane — każdy punkt jest optymalny na swój sposób.

Rozwiązania niezdominowane (Non-dominated solutions): Nie istnieje inne rozwiązanie, które byłoby lepsze we wszystkich celach jednocześnie.

Front Pareto i rozwiązania nieoptymalne



Multi-objective optimum selection of ground motion records with genetic algorithms
Conference: 16th European Conference on Earthquake Engineering At: Thessaloniki
Panagiotis MergosPanagiotis Mergos
Anastasios Sextos Anastasios Sextos

Redundancja (nadmiarowość) w układzie mięśniowo-szkieletowym

Obecność wielu mięśni lub strategii ruchowych, które mogą prowadzić do realizacji tego samego zadania biomechanicznego. Odzwierciedla to zdolność układu do adaptacji i kompensacji w zmieniających się warunkach.

Kluczowe cechy:

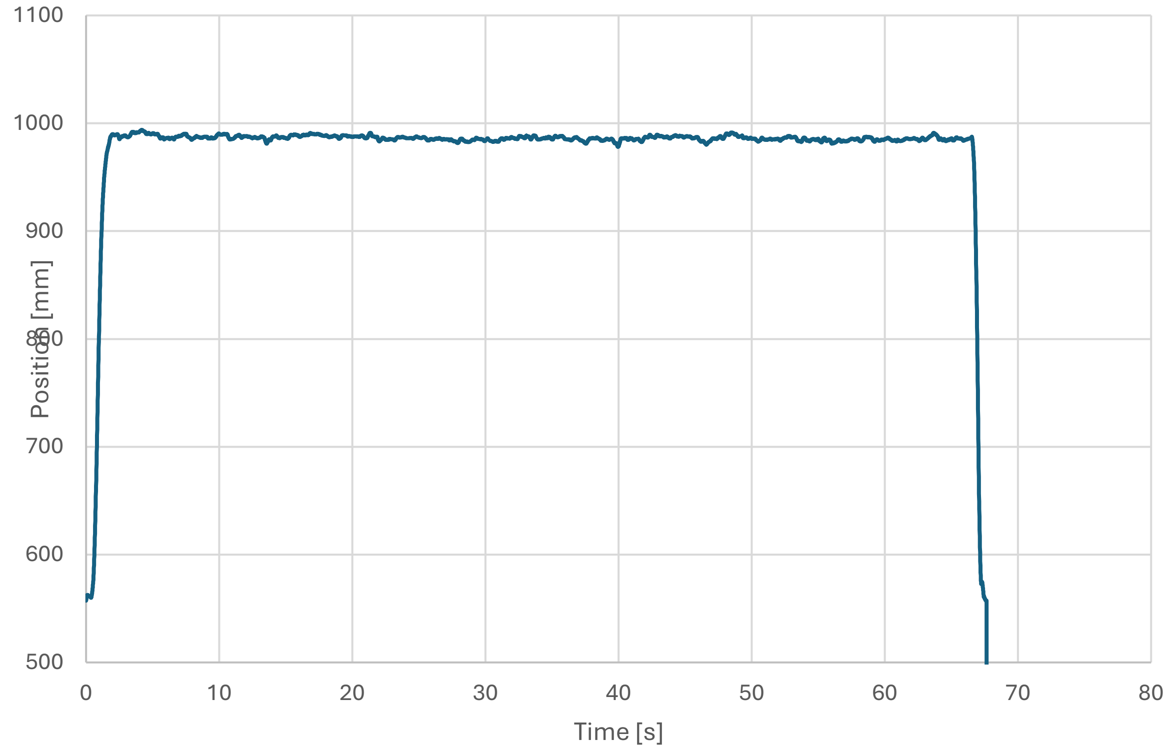
Wiele rozwiązań dla tego samego ruchu stawowego lub generowania siły.

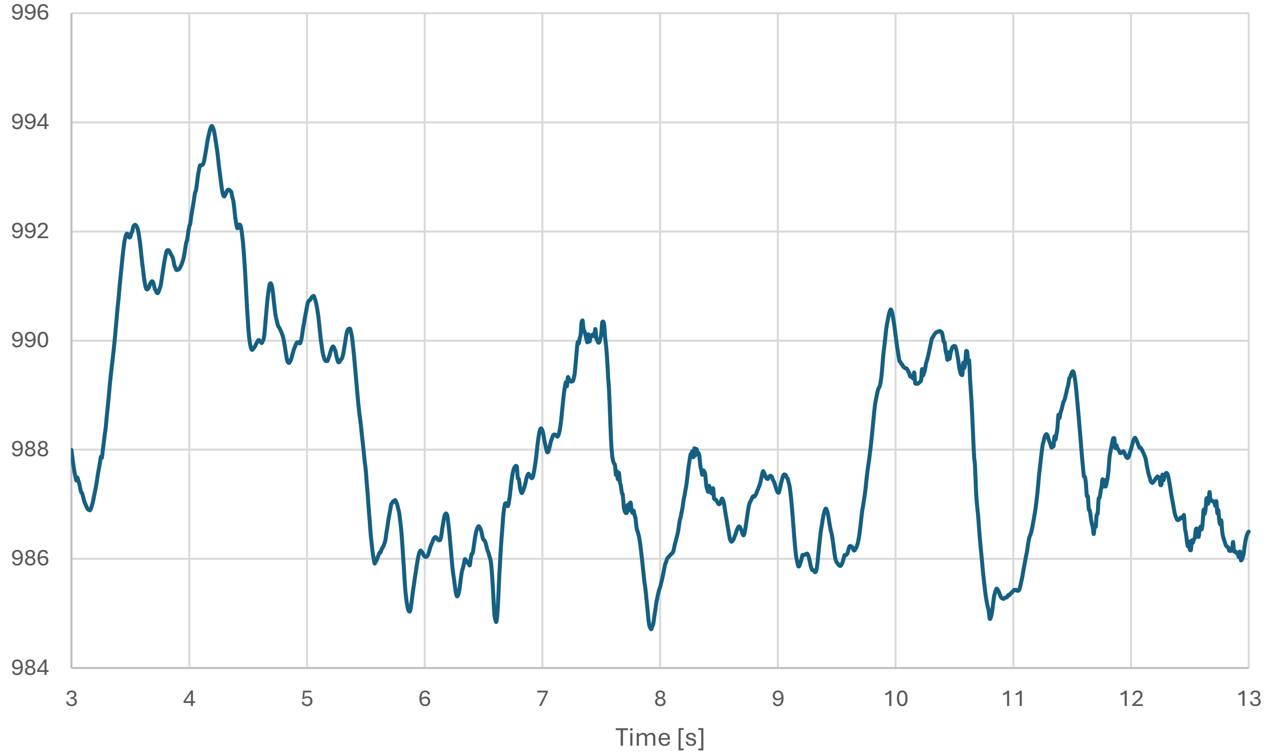
Często modelowane z wykorzystaniem technik optymalizacyjnych, aby eksplorować zbiór dopuszczalnych wzorców aktywacji mięśni.

Klasyczne podejścia matematyczne w modelowaniu biomechanicznym i ich ograniczenia

- **Założenia deterministyczne:** Klasyczne modele często zakładają stałe parametry oraz przewidywalne, deterministyczne zachowanie układu.Nie są one w stanie uchwycić biologicznej zmienności oraz niepewności odpowiedzi mięśniowych.
- **Ograniczona reprezentacja nadmiarowości:** Tradycyjne modele mają trudności z reprezentowaniem wielu dopuszczalnych wzorców aktywacji mięśni, które mogą prowadzić do realizacji tego samego zadania ruchowego. Często opierają się one na jednym „optymalnym" rozwiązaniu, pomijając bogactwo i różnorodność strategii motorycznych dostępnych dla układu nerwowo-mięśniowego

Proponowane rozwiązania – przykład stabilizacji położenia kończyny górnej





Zaburzenia stochastyczne w modelach reologicznych mięśni

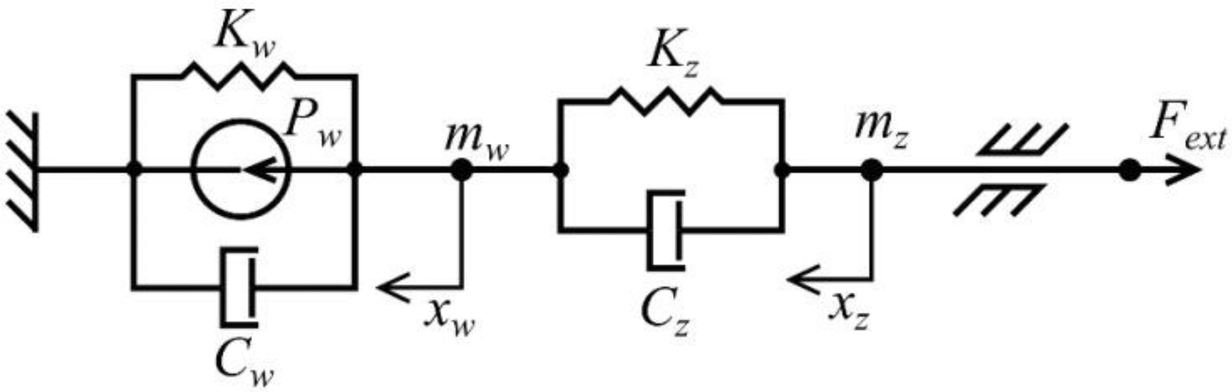


Fig. 1. Considered rheological model,
where K_w, K_z – stiffness of active and passive tissues,
C_w, C_z – damping of active and passive tissues,
m_w, m_z – mass of active and passive tissues, x_w – displacement of active tissue, x_z – displacement of the system, P_w – force generated by active tissue, F_{ext} – external force

$$
\begin{aligned}
K_j(t) &= k_j x_j^2 + N(t) + S(t), \quad j = w, z, \\
C_j(t) &= c_j \dot{x}_j^2 + N(t), \quad j = w, z,
\end{aligned} \tag{2}
$$

where k_j is correction factor for stiffness parameter, $N(t)$ – time dependent noise, $S(t)$ – time dependent sine-type function c_j – correction factor for damping parameter.

Enhancing rheological muscle models with stochastic processes, B. Zagrodny, W. Wojnicz, M. Ludwicki, R. Baranski
Acta of Bioengineering and Biomechanics 25 (3), 129-138

Enhancing rheological muscle models with stochastic processes, B. Zagrodny, W. Wojnicz, M. Ludwicki, R. Baranski
Acta of Bioengineering and Biomechanics 25 (3), 129-138

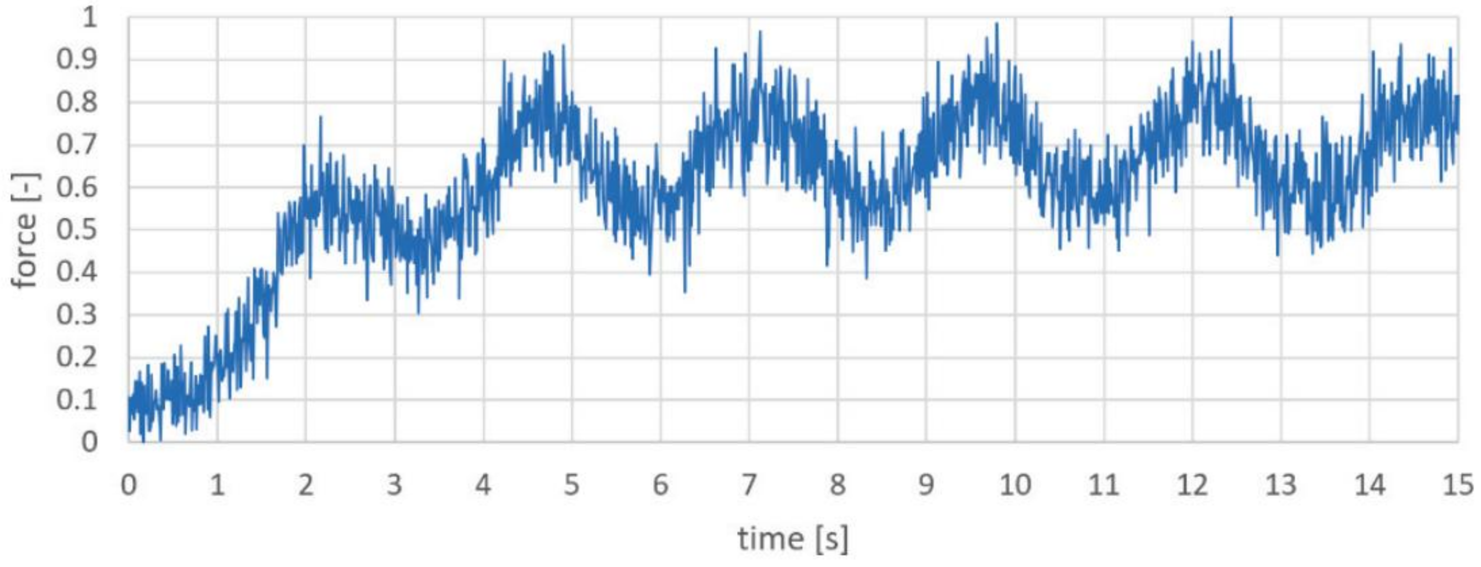


Fig. 2. Chosen normalised internal force P_w values in time for model tuned to the data from [30]

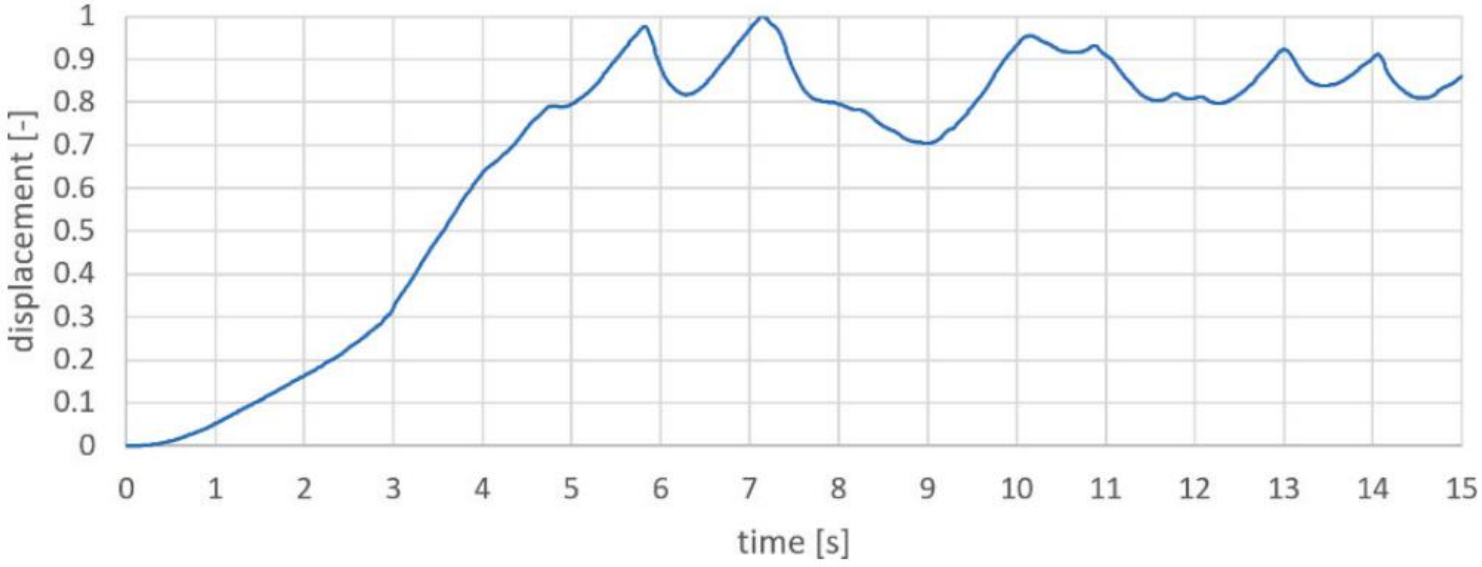


Fig. 5. Normalised values of displacement in time for model tuned to the data from [30]

Enhancing rheological muscle models with stochastic processes, B. Zagrodny, W. Wojnicz, M. Ludwicki, R. Baranski
Acta of Bioengineering and Biomechanics 25 (3), 129-138

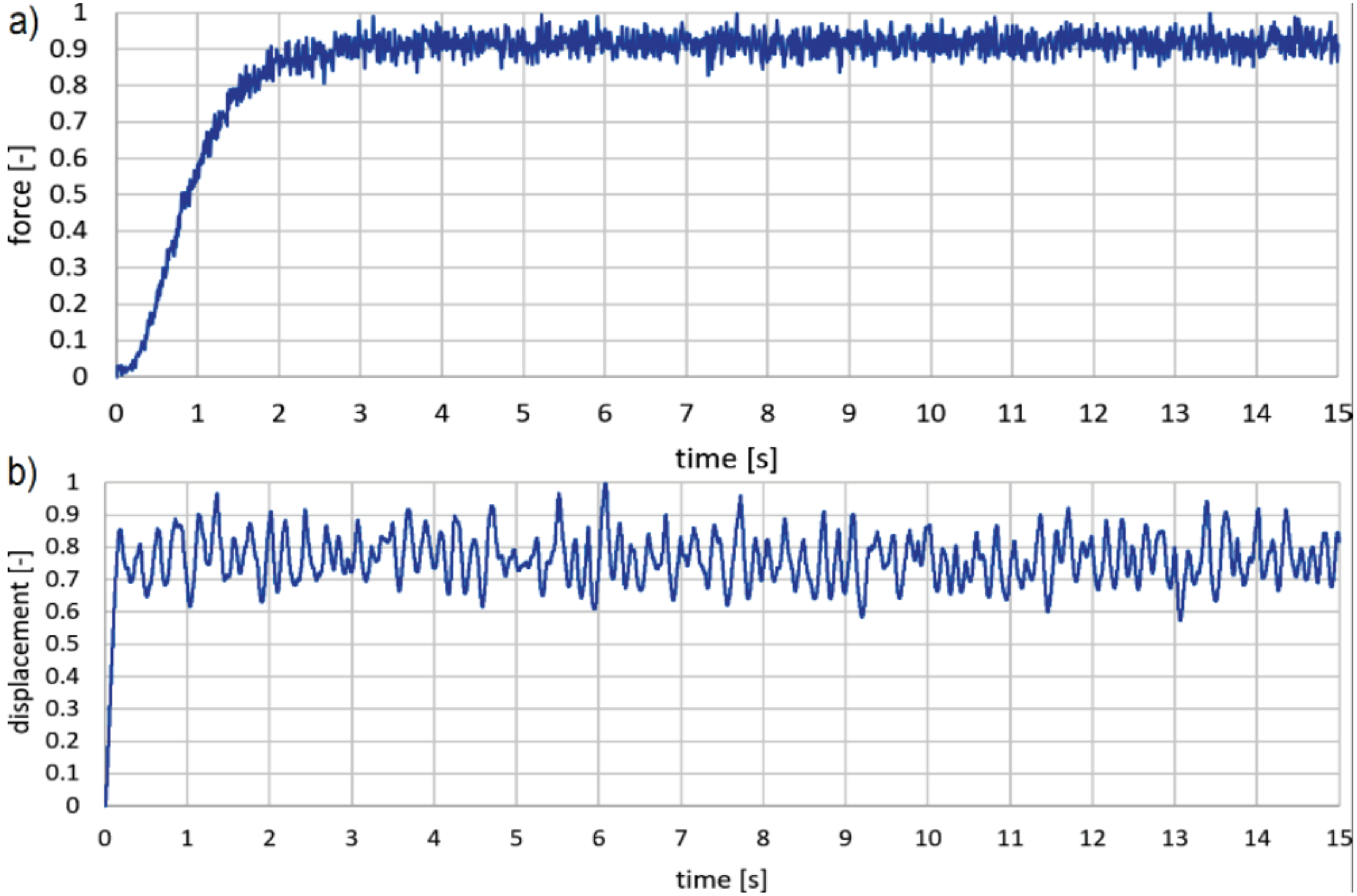
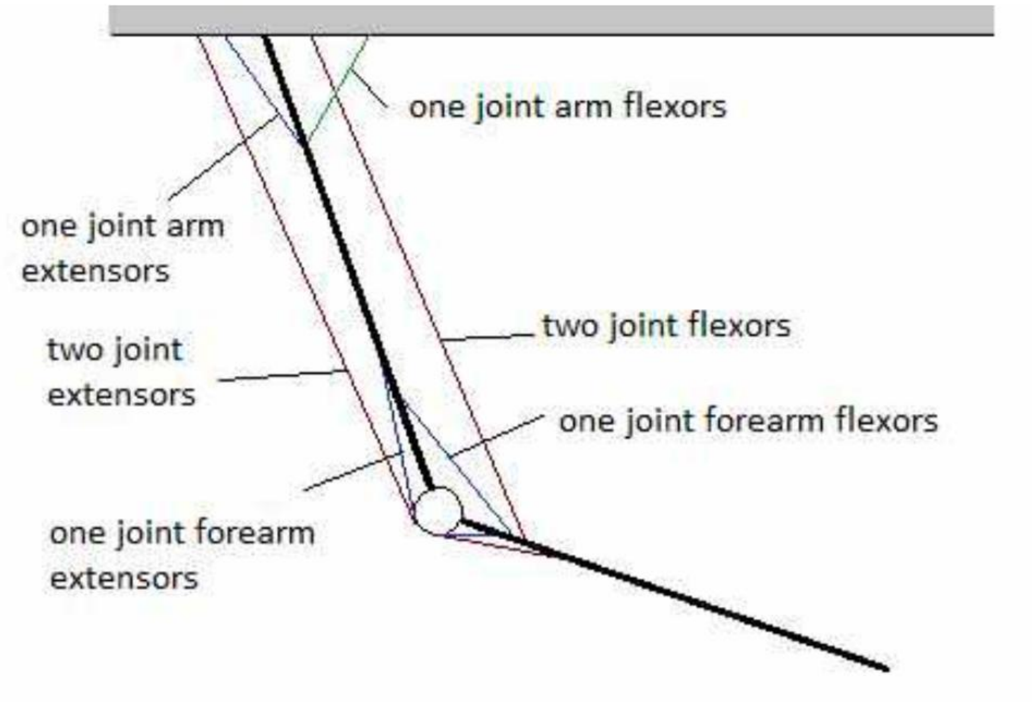
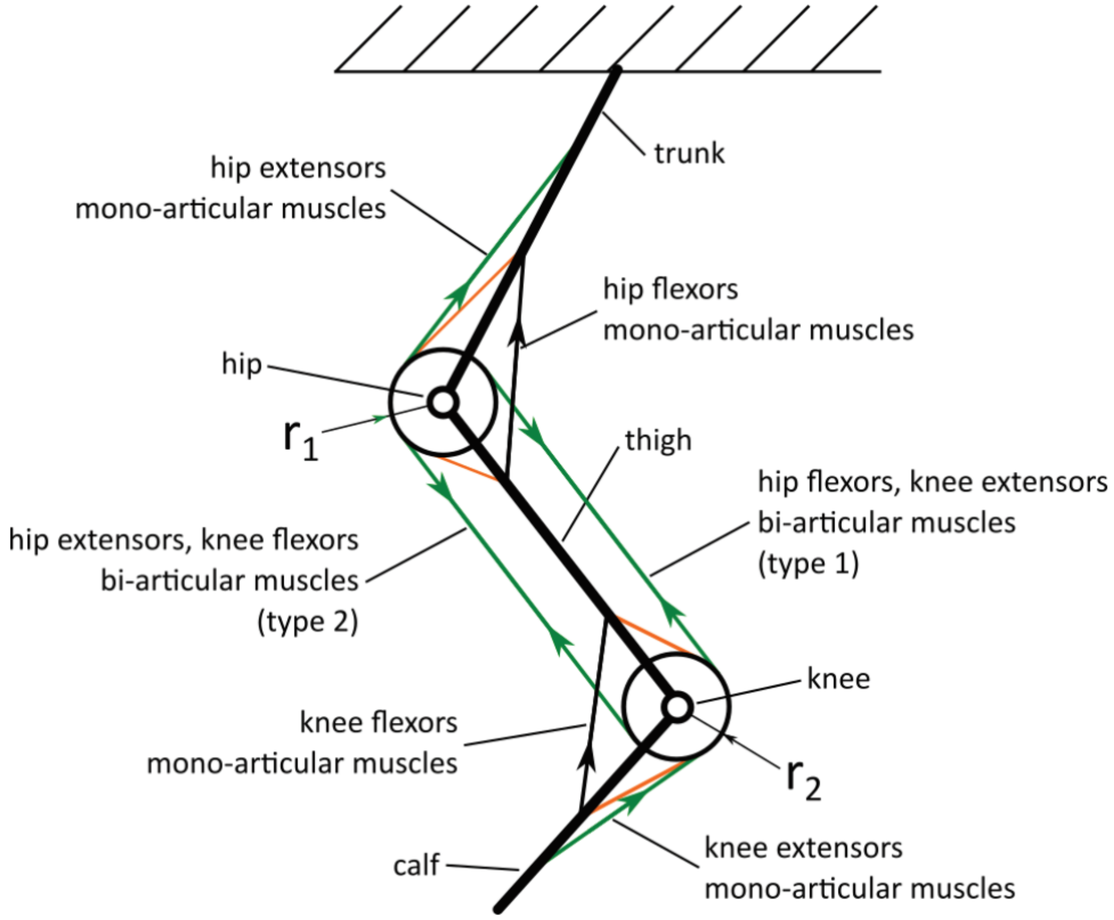


Fig. 6. Normalised values of (a) force in time for model tuned to the data from [12], (b) displacement in time for model tuned to the data from [12]

Pareto-optymalizacyjne podejście do opisu współpracy mięśni jedno- i wielostawowych





Opis problemu Pareto dla układu mięśniowo-szkieletowego

We denote by J the following objective function:

$$J\colon R_+^{a+b+e+d} \Rightarrow R_+^4 \qquad (9)$$

$$J(\sigma_1,\dots,\sigma_n)=\left(\sum_{i=1}^{a}\sigma_i, \sum_{i=a+1}^{a+b}\sigma_i, \sum_{i=a+b+1}^{a+b+e}\sigma_i, \sum_{i=a+b+e+1}^{n}\sigma_i\right),\ n=a+b+e+d \qquad (10)$$

We minimize the function J with the following conditions:

$$0\le \sigma_i,\ i=1,\dots,n;$$
$$\sigma_i \le \sigma_{max},\ i=1,\dots,n;$$
$$\sum_{i=a+1}^{a+b+e} S_i\sigma_i r_i(a)=\sum_{i=1}^{a} S_i\sigma_i r_i(a)+\sum_{i=a+b+e}^{n} S_i\sigma_i r_i(a) \qquad (11)$$

where

$$\sum_{i=a+1}^{a+b+e} S_i\sigma_i r_i(a)-\sum_{i=a+b+e}^{n} S_i\sigma_i r_i(a)=M \qquad (12)$$

and M is the moment generated by the knee flexors. Moreover,

i. a,b – number of one joint flexors muscles of hip and knee, respectively;
ii. c – number of two joint muscles: hip flexors, knee extensors (type 1);
iii. $d,\ e$ – number of one joint extensors of hip and knee, respectively;
iv. f – number of two joint muscles: hip extensors and knee flexors (type 2).

Cooperation of mono-and bi-articular muscles: human lower limb, B. Zagrodny, M. Ludwicki, W. Wojnicz, J. Mrozowski, J. Awrejcewicz Journal of musculoskeletal & neuronal interactions 18 (2), 176

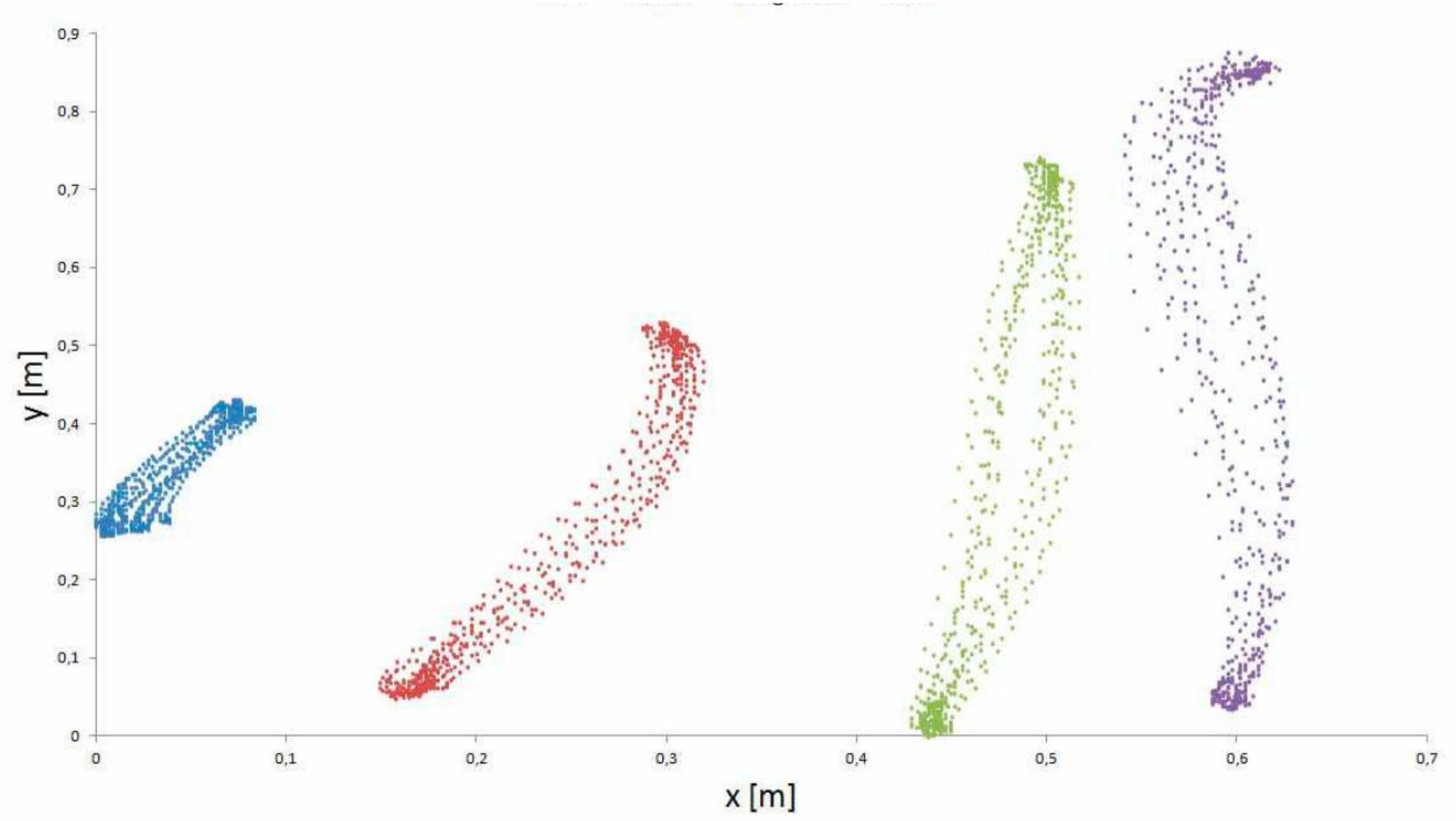
Rozwiązanie ?
Przestrzeń rozwiązań i klasa abstrakcji

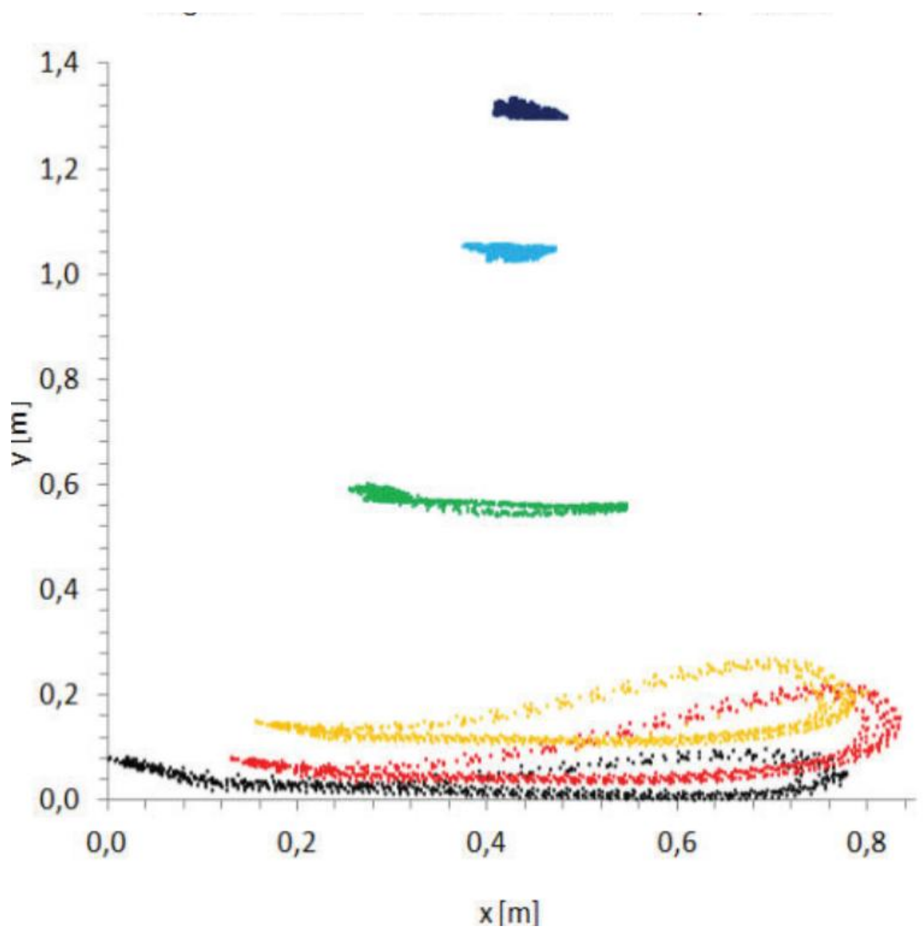
Rozwiązanie pozostaje niedookreślone, pomimo istnienia ograniczeń fizycznych i fizjologicznych.

Koncepcja: pomimo fizycznych i fizjologicznych ograniczeń możliwych rozwiązań, układ równań opisujący problem pozostaje nieoznaczony (brak rozwiązań) Ograniczenia zawężają jedynie klasę abstrakcji rozwiązań, z których zazwyczaj jedno jest wybierane do dalszego opracowania.

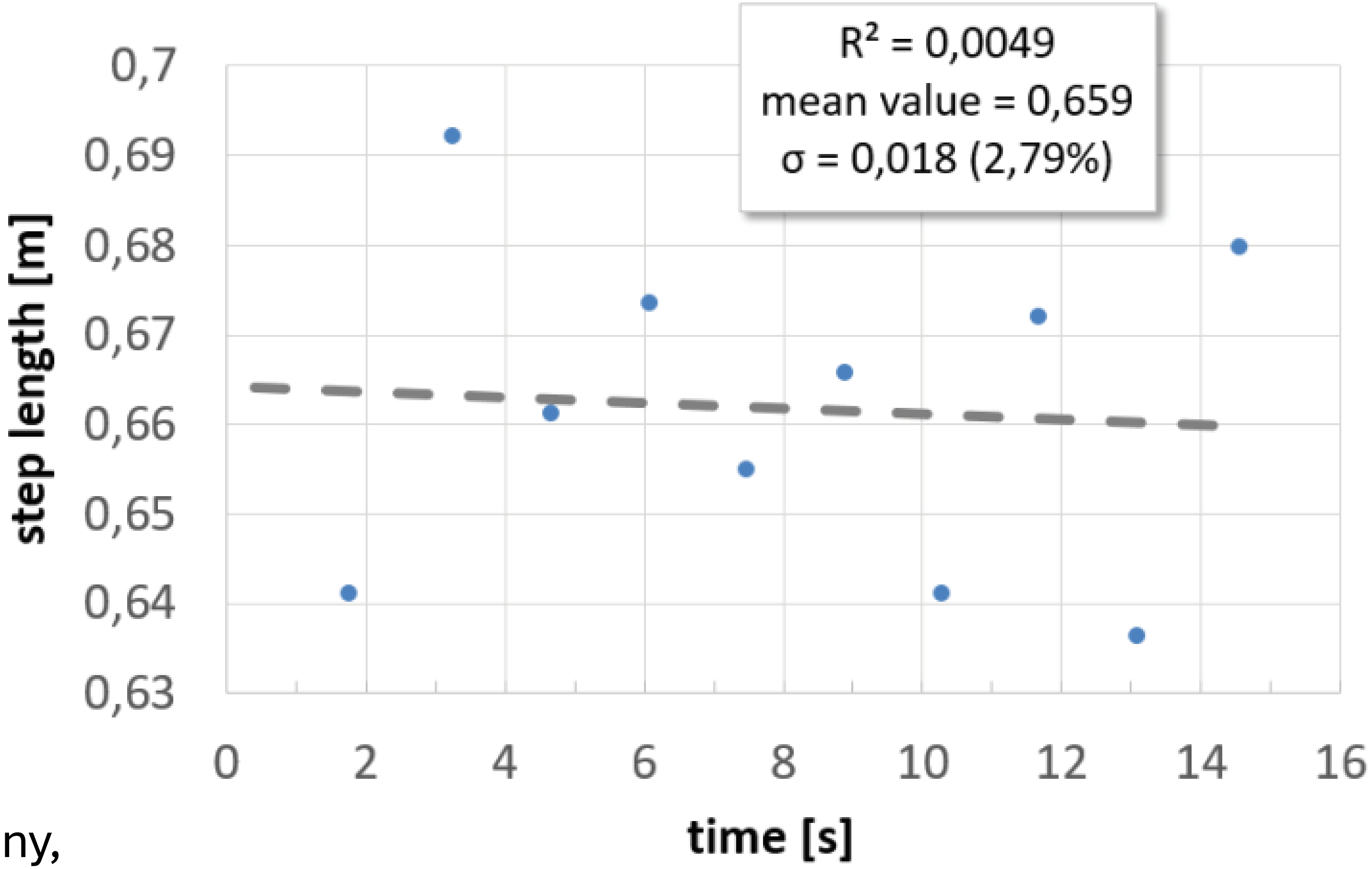
Kluczowe zagadnienia:
Ograniczenia (np. zakresy ruchu w stawach, maksymalne zdolności generowania siły przez mięśnie) redukują liczbę rozwiązań możliwych do realizacji.
Redundancja oraz zmienność biologiczna nadal umożliwiają istnienie wielu strategii w obrębie tych samych ograniczeń.
Strategie te mogą być pogrupowane w klasy równoważności rozwiązań — zbiory biomechanicznie wiarygodnych wzorców prowadzących do tego samego efektu zadaniowego.
W praktyce badawczej często wybiera się rozwiązanie reprezentatywne z jednej klasy do symulacji lub optymalizacji, zamiast analizować wiele rozwiązań jednocześnie.

Powtarzalność ruchu – przykłady cyklicznych ruchów kończyn dolnych i górnych





Długość kroku w kolejnych cyklach chodu na bieżni



Cooperation of mono-and bi-articular muscles: human lower limb, B. Zagrodny, M. Ludwicki, W. Wojnicz, J. Mrozowski, J. Awrejcewicz Journal of musculoskeletal & neuronal interactions 18 (2), 176

Procesy stochastyczne

Enhancing rheological muscle models with stochastic processes

Bartłomiej Zagrodny, Wiktoria Wojnicz, Michał Ludwicki, Robert Barański Acta of Bioengineering and Biomechanics Vol. 25, No. 3, 2023 DOI: 10.37190/ABB-02331-2023-02

Problem Pareto 1

Cooperation of mono- and bi-articular muscles: human lower limb
Zagrodny B, Ludwicki M, Wojnicz W, Mrozowski J, Awrejcewicz J. J Musculoskelet Neuronal Interact. 2018 Jun 1;18(2):176-182. PMID: 29855439; PMCID: PMC6016503..

Problem Pareto 2

Cooperation of one and multi-joint muscles, B Zagrodny, J Awrejcewicz, Nonl Dyn. and Syst Theory 2015 (1), 99-106

Wnioski

- Modelowanie stochastyczne skutecznie pozwala uchwycić nieodłączną zmienność i niepewność występującą w układzie mięśniowo-szkieletowym.
- Redundancja układu mięśniowo-szkieletowego umożliwia istnienie wielu dopuszczalnych rozwiązań nawet przy rygorystycznych ograniczeniach fizycznych i fizjologicznych.
- Ograniczenia te zawężają przestrzeń rozwiązań do klas równoważności, obejmujących biomechanicznie wiarygodne strategie realizacji tego samego zadania ruchowego.
- Podejścia Pareto-optymalne stanowią narzędzie do badania kompromisów pomiędzy konkurencyjnymi celami biomechanicznymi i alternatywnymi strategiami sterowania ruchem.
- Integracja modelowania stochastycznego z optymalizacją wielokryterialną zwiększa realizm oraz potencjał personalizacji symulacji biomechanicznych.

Dziękuję za uwagę